Apunte Docente
Fundamentos Matemáticos
RECTAS Y SISTEMAS DE ECUACIONES

Coordenadas cartesianas.

Ecuación de la recta.

Aplicaciones a la economía.

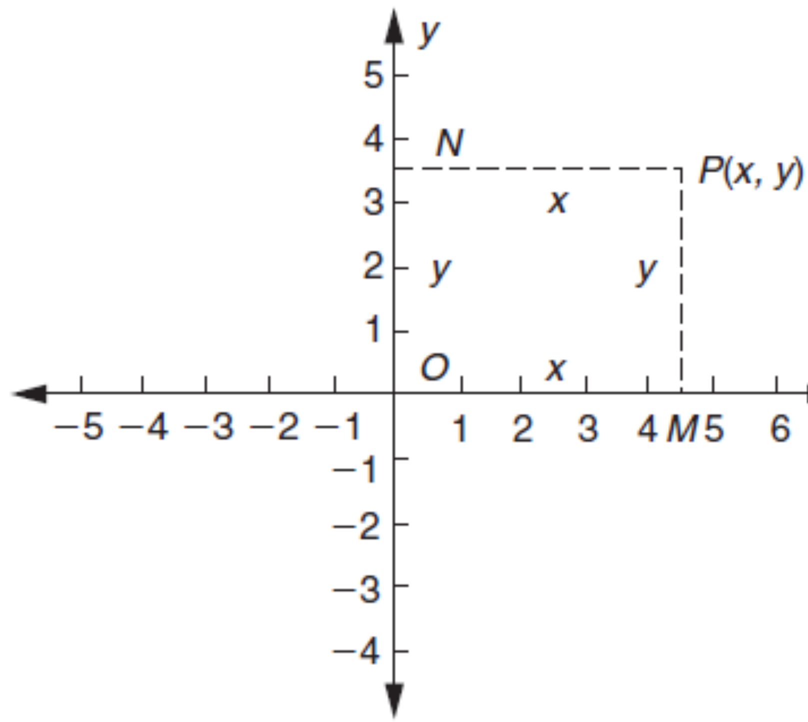
Sistemas de ecuaciones.

Aplicaciones.

Verónica Riquelme - Escuela de Ingeniería Comercial - Universidad Finis Terrae

Plano Cartesiano

la pareja (x,y) representa al punto en el plano, entonces x (el primer emento) se llama abscisa o ordenada x del punto P y y (el gundo elemento) se denomina denada o coordenada y de P. La scisa y la ordenada se conocen mo las coordenadas cartesianas rectangulares del punto P. La tación P(x,y) se utiliza para notar al punto P con ordenadas (x,y).



Plano Cartesiano

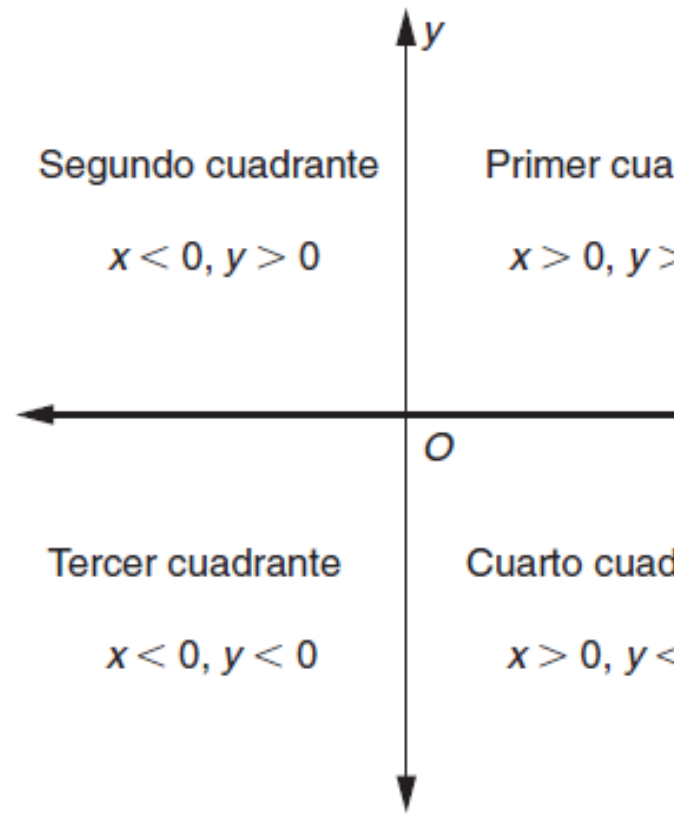
s ejes de coordenadas dividen al no xy en cuatro porciones, llamadas adrantes. Los cuadrantes se nocen como el primero, segundo, cero y cuarto.

) está en el primer cuadrante si 0, y>0.

) está en el segundo cuadrante si 0, y>0.

) está en el tercero cuadrante si 0, y<0.

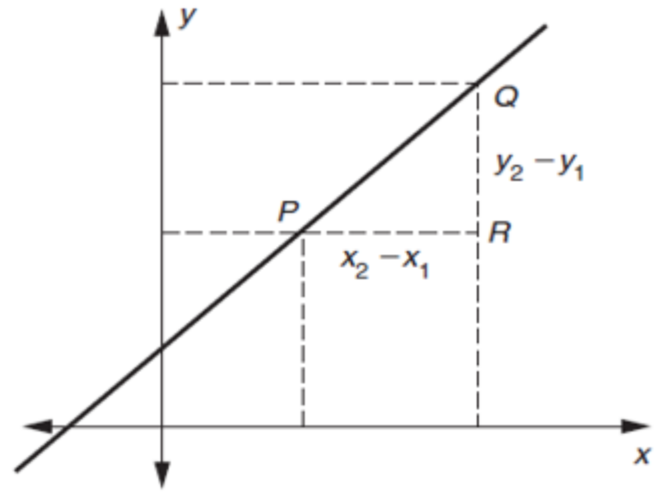
) está en el cuarto cuadrante si



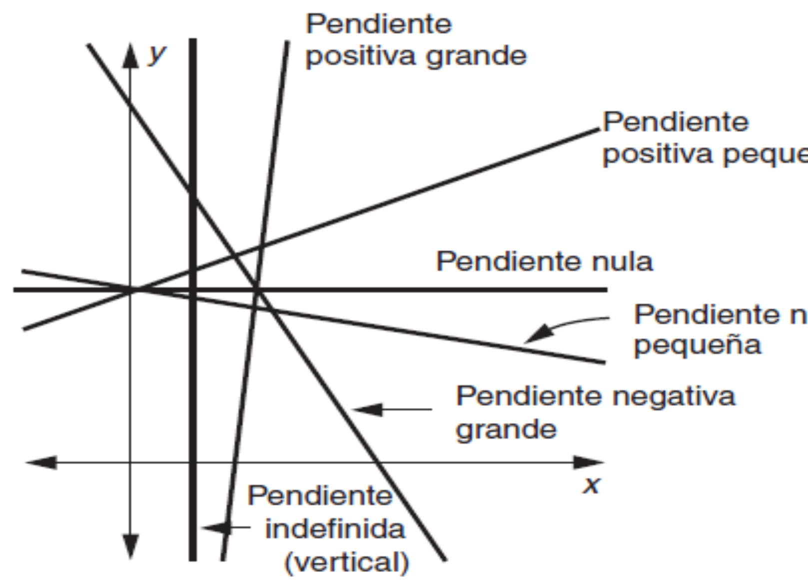
Líneas rectas y ecuaciones lineales

La pendiente de una recta que pasa por los puntos P(x_1,y_1) y Q(x_2,y_2), se define como:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Signos de la pendiente según su inclinación.



Ejercicios

Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos

1. $A(1,-3)$ y $B(3,7)$.
2. $P(3,2)$ y $Q(5,2)$
3. $R(2,3)$ y $S(2,6)$

uación de la recta punto-pendiente

a m la pendiente de una recta que pasa por el punto $_1,y_1$), se define la ecuación de la recta como:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ecuación particular de la recta, tiene la forma: $y = mx + b$

nde m es la pendiente de la recta y b es la intersección de la recta n el eje y.

ecuación lineal general con dos variables x e y es una uación de la forma:

$$Ax + By + C = 0$$

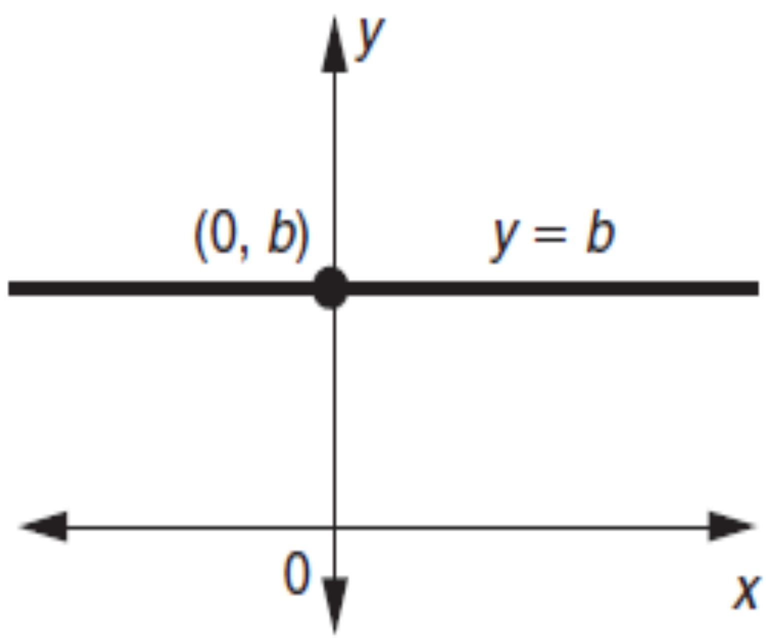
nde A, B y C son constantes y A y B no son cero a la vez.

ercicios:

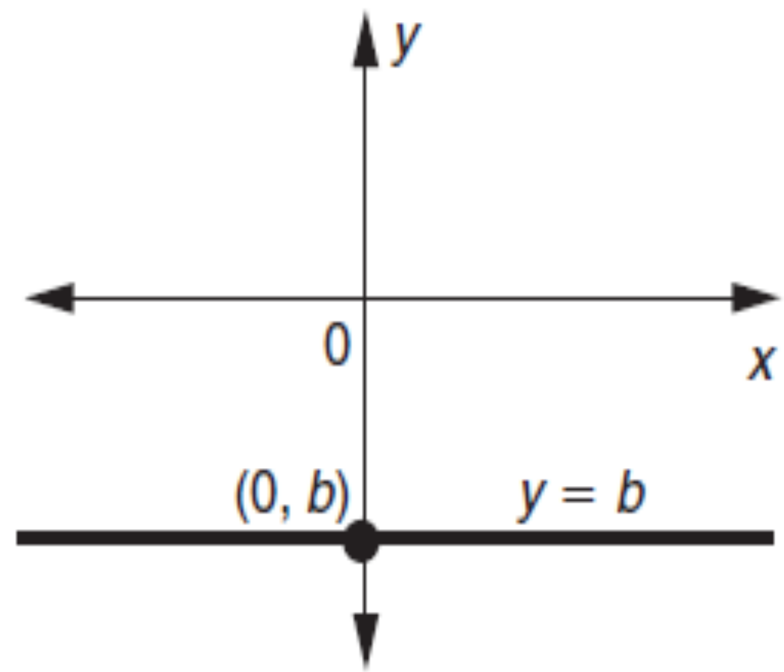
1. Encuentre la ecuación particular de la recta que pasa por el punto (5,–3) con pendiente –2.
2. Determine la ecuación general de la recta que pasa por el origen y tiene pendiente 1/3.
3. Dada la ecuación lineal $2x+3y=6$, determine la pendiente y la intersección con el eje y. Grafique.

ectas Horizontal

$$y = b$$



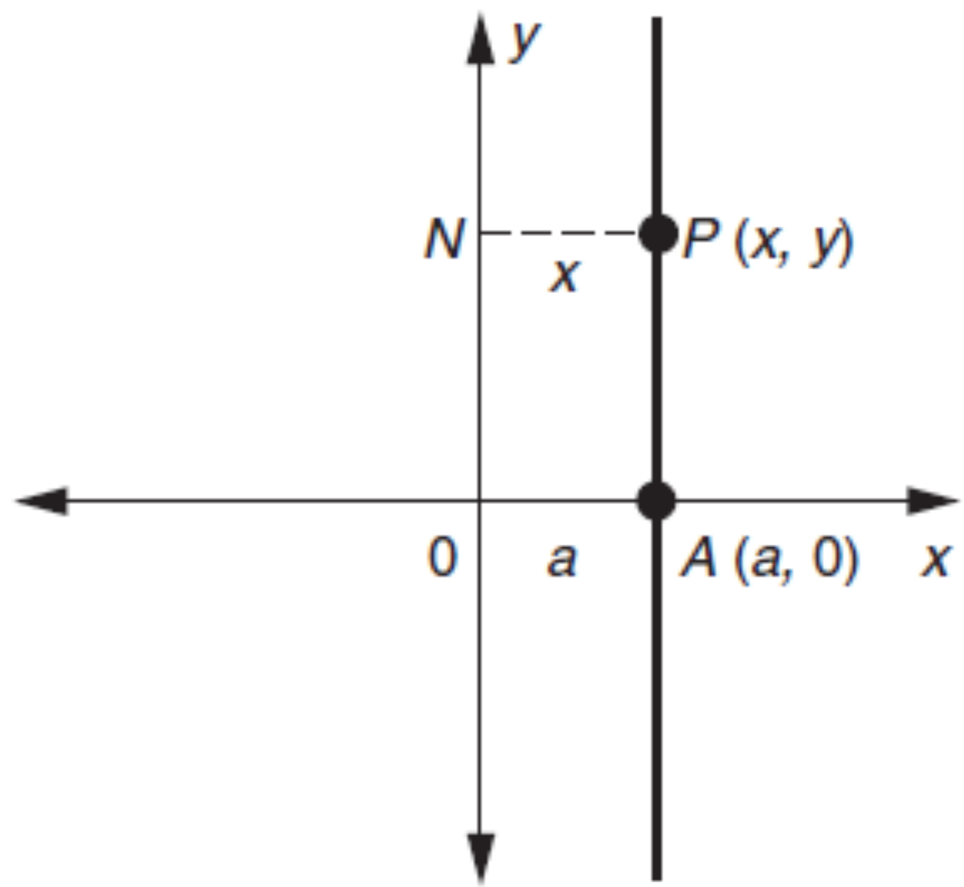
$b > 0$



$b < 0$

ectas Verticale

$$x = a$$



ercicios:

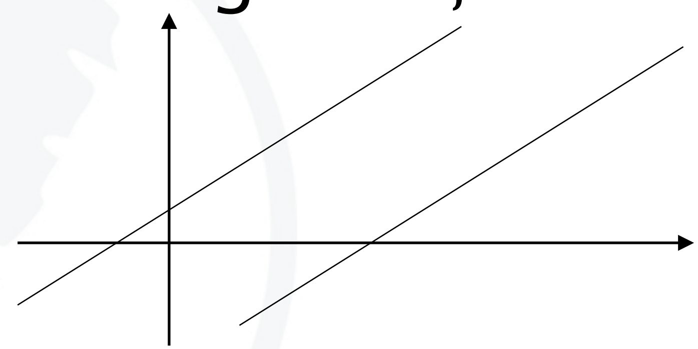
1. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,-1) con pendiente cero. ¿Qué tipo de recta es?
2. Determine la ecuación general de la recta que pasa por los puntos (3,6) y (3,-2). ¿Qué tipo de recta es?
3. Determine la ecuación particular de la recta que pasa por los puntos (1,-5) y (-2,-5). ¿Qué tipo de recta es?

ectas paralelas y perpendiculares

Dos rectas con pendientes m_1 y m_2 :

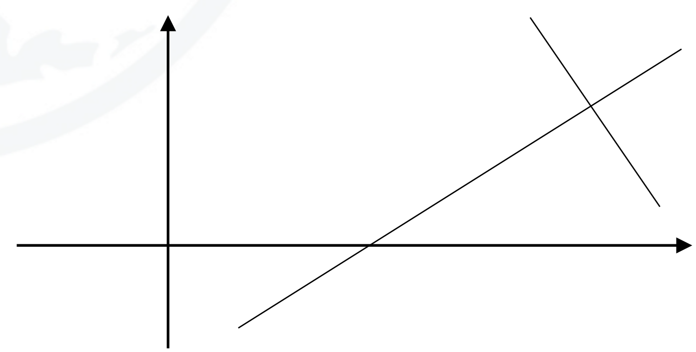
–Son paralelas si sus pendientes son iguales, es decir:

$$m_1 = m_2.$$



–Son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a –1, es decir:

$$m_1 m_2 = -1.$$



ercicios:

Determine la ecuación de la recta que:

1. Pasa por el punto (1,3) y es paralela a la recta $2x-y+3=0$.
2. Pasa por el punto (2,1) y es perpendicular a la recta $x+y=0$.
3. Pasa por el punto (−1,2) y es perpendicular a la recta $2x-3y+4=0$.
4. Pasa por el punto (3,4) y es perpendicular a la recta $x=2$.
5. Pasa por el punto (2,−3) y es paralela a la recta $3y+2=0$.
6. Pasa por el punto (2,5) y es perpendicular a la recta x

Aplicaciones a la economía

Ecuación del costo total: $C_T = cv \cdot x + CF$

donde cv: costo variable

CF: costo fijo

x: cantidad producida

Ecuación del Ingreso: $I = p \cdot x$

donde p:precio unitario

x: cantidad producida

Ecuación de la utilidad: $U = I - C_T$

Si el costo de producción es igual a los ingresos obtenidos por las ventas el negocio está en el punto de equilibrio. El número de unidades producidas y vendidas en este caso se denomina Punto de equilibrio:

Ejercicios: Aplicación a la economía

ntee, resuelva y responda, las siguientes aplicaciones a la economía.

C.J. determina que si produce 100 artículos el costo total es de $350.00 mientras que si produce 150 artículos el costo total es de $420.000. Si supo que el modelo es lineal, determine el costo fijo y los costos variables. ¿Cuál será costo de producir 200 artículos?

G.M. fabrica relojes los entrega con estuche de madera. Cada estuche lo comp en $3.500. Él está considerando fabricar los estuches con costos fijos $1.750.000 al año y un costo variable de $1.750 por estuche. ¿Cuántos estuch debe requerir G.M. al año para justificar que ellos produzcan?

C.L. vende collares en $6300 cada uno, y vende todos los que puede producir. los costos fijos al año son de $3.150.000 y los costos variables son de $4200 p collar:

¿Cuántos collares debe producir y vender C.L. para que llegue al equilibrio?

Determine el ingreso total recibido por la venta de collares en el punto equilibrio.

¿Cuántos collares debe producir y vender para tener una ganancia $21.000.000?

¿Cuántos collares debe producir y vender para tener una pérdida de $630.000?

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, podemos utilizar uno de los siguientes métodos:

1. Sustitución
2. Igualación
3. Reducción

1. SUSTITUCIÓN

a el sistema

$$\left.\begin{array}{rcrcl} 3x & + & y & = & 11 \\ 5x & - & y & = & 13 \end{array}\right|$$

mero en una de las ecuaciones se halla el valor de una de las incógnitas. Hallemos y en la primera ecuación supuesto conocido el valor de **x:**

$$y = 11 - 3x$$

sustituye en la otra ecuación el valor anteriormente hallado

$$5x - (11 - 3x) = 13$$

ora tenemos una ecuación con una sola incógnita

$$5x - 11 + 3x = 13 \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3$$

conocido el valor de x lo sustituimos en la expresión del valor de y que obtuvimo artir de la primera ecuación del sistema

$$y = 11 - 3x \Rightarrow y = 11 - 9 \Rightarrow y = 2$$

onces la solución es x=3, y=2.

2. IGUALACIÓN

Sea el sistema
$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & y & = & 11 \\ 5x & - & y & = & 13 \end{array}$$

Lo primero que haremos será despejar en las dos ecuaciones la misma incógnita

$$\left.\begin{array}{l} y = 11 - 3x \\ y = 5x - 13 \end{array}\right\} 11 - 3x = 5x - 13 \Rightarrow 24 = 8x \Rightarrow x = 3$$

Este valor de x lo sustituimos en cualquiera de las ecuaciones de y

$$y = 11 - 3 \cdot 3 = 2$$

La solución es x=3, y=2

3. REDUCCIÓN

Sea el sistema

$$\left.\begin{array}{rcl} 3x + y & = & 11 \\ 5x - y & = & 13 \end{array}\right|$$

Sumaremos miembro a miembro las dos ecuaciones que componen el sistema

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

y sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones del sistema obtenemos

$$y = 11 - 3 \cdot 3 = 2$$

Por lo que la solución del sistema es: x=3, y=2

Ejercicios

. Resuelva los siguientes sistemas por el método adecuado:

a. $\left.\begin{array}{rrrr} 4x & -5y & = & 2 \\ 5x & +3y & = & 21 \end{array}\right|$

b. $\left.\begin{array}{rrrr} y & -2x & = & 6 \\ x & +2y & = & 2 \end{array}\right|$

c. $\left.\begin{array}{rrrr} \dfrac{x}{4} & +\dfrac{y}{5}+1 & = & 23 \\ \dfrac{x}{5} & +\dfrac{y}{4} & = & 23 \end{array}\right|$

d. $\left.\begin{array}{rcl} \dfrac{x-2y}{3} & = & 2+\dfrac{2x+3y}{4} \\ \dfrac{3x-2y}{2} & = & \dfrac{-y+5x+11}{4} \end{array}\right|$

. Plantee, resuelva y responda, la siguiente aplicación a la economía.

.V. tiene dos inversiones en la primera obtiene una tasa de interés de 6%, en la egunda la tasa es de 8% y el total de interés que obtuvo por las dos inversiones fu le $154.000. Si el monto que invirtió en la primera fue el doble de lo que invirtió e a segunda, ¿Cuánto invirtió en cada una de ellas?