

Guía 12
Funciones trigonométricas

- 1) Grafique cada una de las ondas siguientes determinando: amplitud, periodo, desplazamiento vertical y desfase (DH).

a) $f(x) = -2\operatorname{sen}(x)$

h) $f(x) = -3 + 5\cos(x-1)$

b) $f(x) = \frac{1}{3}\operatorname{sen}(x)$

i) $f(x) = 4 - 35\operatorname{sen}(4x + \pi)$

j) $f(x) = 12 - 3\operatorname{sen}(2x + \pi)$

c) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$

k) $f(x) = -1 - 4\cos(2x - \pi)$

l) $f(x) = 45\cos(3x + 4\pi)$

d) $f(x) = 2\operatorname{sen}(4x)$

m) $f(x) = 2,5 + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

e) $y = -3\cos x$

n) $f(x) = 7 - 4\operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$

f) $y = 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$

o) $f(x) = 1 + 2\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2} - \pi\right)$

g) $f(x) = 2 + \operatorname{sen}(4x)$

- 2) BIENESTAR EMOCIONAL Y FISICO DE UN PACIENTE. Un paciente está convencido que su bienestar emocional varía periódicamente con el tiempo t , de modo que se repite cada 25 días. Es decir, suponiendo que su estado emocional era neutral en el momento de su nacimiento, su nivel emocional t días después será:

$$E(t) = A\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{25}t\right)$$

donde A es el nivel emocional máximo.

- a) Use la calculadora para obtener un gráfico de la función dada y determine cuál será su nivel emocional en su vigésimo cumpleaños si no se consideran los años bisiestos.
- b) Este paciente también cree que su bienestar físico sigue un modelo similar, pero con un ciclo que se repite cada 20 días. Si B es el nivel máximo de su bienestar físico, encuentre una fórmula para establecer su estado físico en el momento t , obtenga una gráfica con la calculadora de dicha fórmula y determine el nivel en su vigésimo cumpleaños.
- 3) Al inyectar un determinado fármaco a una rata de laboratorio se observa que el animal presenta variaciones de temperatura en su sistema interno. Se logra establecer que dichas variaciones de temperatura, en grados Celsius, se modelan mediante la función:

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x - \pi)$$

donde x es el tiempo transcurrido desde que se inyecta el fármaco (en minutos). Graficar la función f indicando amplitud, período y desplazamiento de fase. A partir de la gráfica, indique información relevante del problema.

- 4) Un paciente en reposo inspira y expira 0.5 litros de aire cada 4 segundos. Al final de una expiración, le quedan todavía 2,25 litros de aire de reserva en los pulmones. Después de t

segundos de iniciado el proceso, el volumen de aire en los pulmones (en litros), en función del tiempo es:

$$f(x) = 2,5 - 0,25 \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

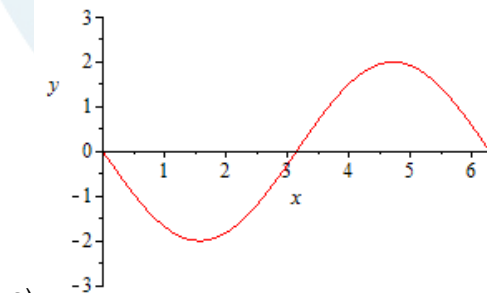
Graficar la función volumen. ¿En qué instante el volumen es máximo? mínimo? ¿Cuál es el valor del volumen máximo y mínimo?

- 5) Un espirograma es un instrumento que registra en un gráfico el volumen del aire en los pulmones de una persona en función del tiempo. Un trazado de este gráfico está dado por la función $V(t) = 3 + \frac{1}{20} \sin\left(160\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$, el tiempo está medido en minutos y el volumen en litros.
- Dibuje la porción del gráfico que tiene relación con el problema.
 - Cuál es el volumen para el tiempo cero?
 - En qué instante el volumen es máximo?. Cuál es el valor del volumen máximo?
 - En qué instante el volumen es mínimo?. Cuál es el valor del volumen mínimo?
- 6) Para una persona en reposo la velocidad, en litros por segundo, del aire que fluye en un ciclo respiratorio es $v(t) = 0,85 \sin\left(\frac{\pi}{3} t\right)$, donde t se mide en segundos. Grafique la función e indique la parte del gráfico acorde con el enunciado. A partir del gráfico, obtenga información relevante del problema, por ejemplo máximo, mínimos, duración del ciclo respiratorio, etc.
- 7) La cantidad de bióxido de azufre, obtenido de la combustión de combustible liberado hacia la atmósfera de una ciudad varía estacionariamente. Suponga que el número de toneladas del contaminante liberado en la atmósfera durante cualquier semana después del primero de Enero es $A(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{26}\right) + 1,5$, para $0 \leq x \leq 104$.

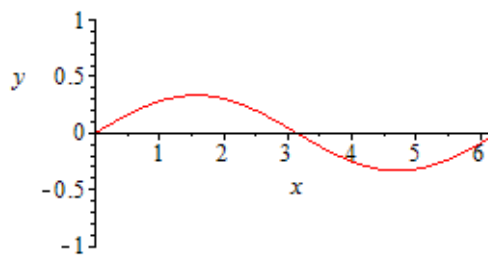
Grafique la función en el intervalo indicado y describa el problema a partir de ella.

RESPUESTAS:

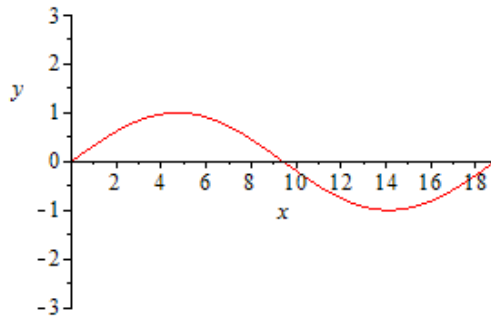
1.



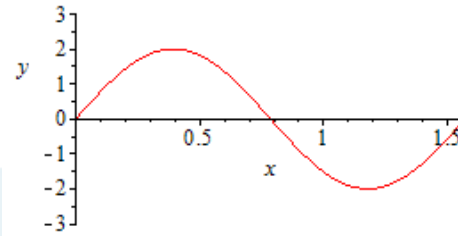
a)
A=2, P=2□



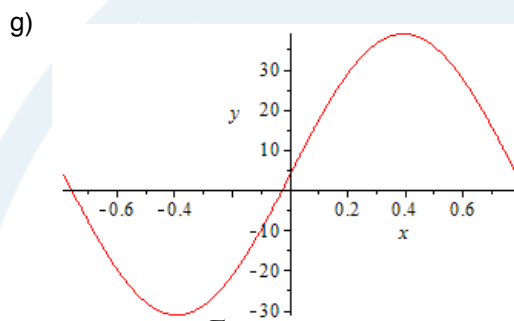
b)
A=1/3, P=2□



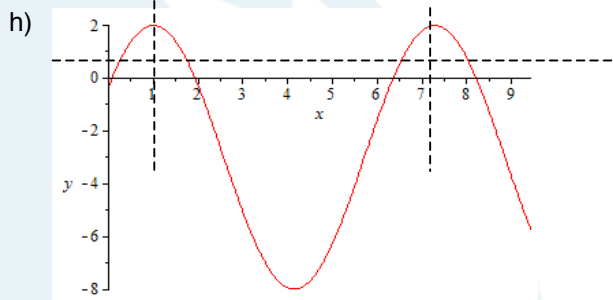
c) $A=1, P=6\pi$



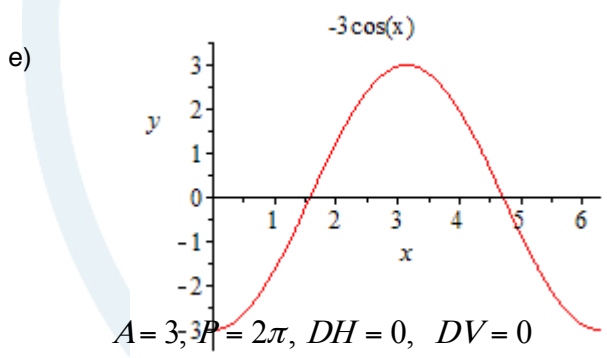
d) $A=2, P=\pi/2$



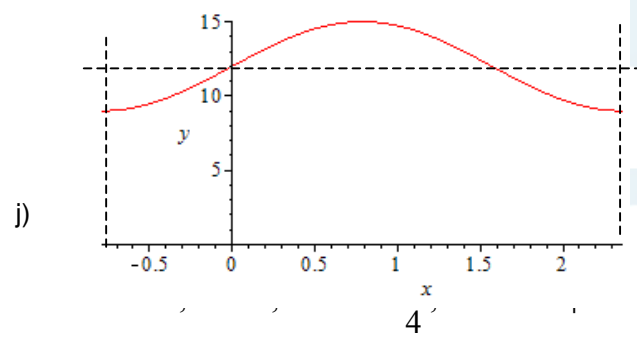
$A=1, P=\frac{\pi}{2}, DH=0, DV=2 \uparrow$



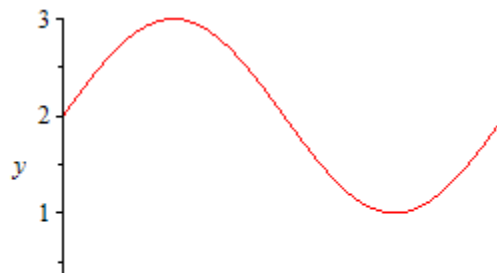
$A=5, P=2\pi, DH=1, DV=3 \downarrow$



$A=3, P=2\pi, DH=0, DV=0$



j)



$$A = 1$$

$$P = \pi / 2$$

$$DH = 0$$

$$DV = 2 \uparrow$$

g)

$$A = 4$$

$$P = \pi$$

$$DH = -\frac{\pi}{2}$$

$$DV = 1 \downarrow$$

k)

$$A = 45$$

$$P = \frac{2\pi}{3}$$

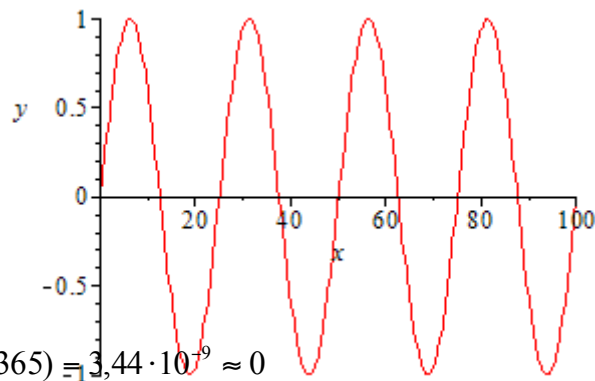
l)

$$DH = -\frac{4\pi}{3}$$

$$DV = 0$$

2)

a)



$$E(20 \cdot 365) = 3,44 \cdot 10^{-9} \approx 0$$

b) $F(t) = B \sin\left(\frac{2\pi}{20} t\right)$

Nivel de bienestar físico en vigésimo cumpleaños

$$F(7300) = B \sin\left(\frac{2\pi}{20} \cdot 7300\right) = 0$$

3. $A = \frac{1}{2}$

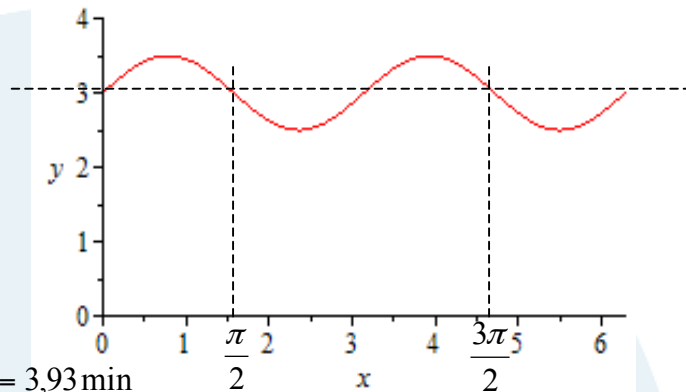
$P = \pi$

$\text{Desfase horizontal} = \frac{\pi}{2}$

$\text{Desfase vertical} = 3 \uparrow$

$T^\circ \text{ máxima} = 3,5^\circ \text{ a los } \frac{5\pi}{4} \text{ min} = 3,93 \text{ min}$

$T^\circ \text{ mínima} = 2,5^\circ \text{ a los } \frac{3\pi}{4} \text{ min} = 2,36 \text{ min}$



4.

$A = 0,25$

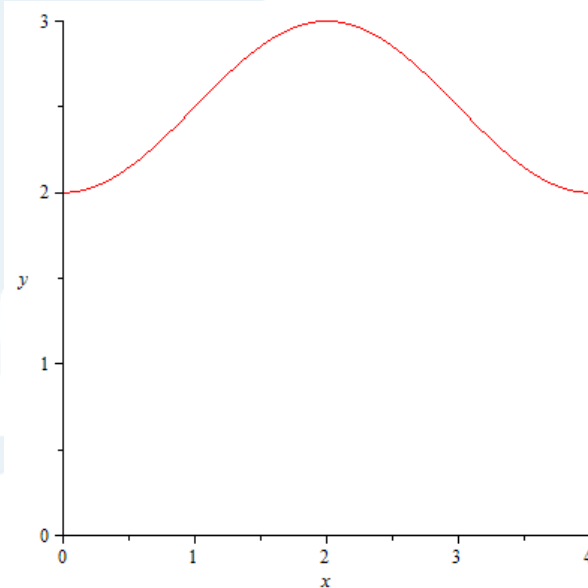
$P = 4$

$\text{Desfase horizontal} = 0$

$\text{Desfase Vertical} = 2,5 \uparrow$

El volumen es máximo a los 2 segundos y es $V = 2,75$ litros

El volumen es mínimo a los 4 segundos y es $V = 2,25$ litros

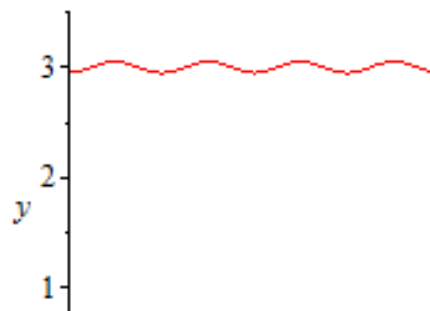


5.

b) $V = V(0) = 2,5$ litros

c) $t = 0,00625 \text{ min}, V = 3,05 L$

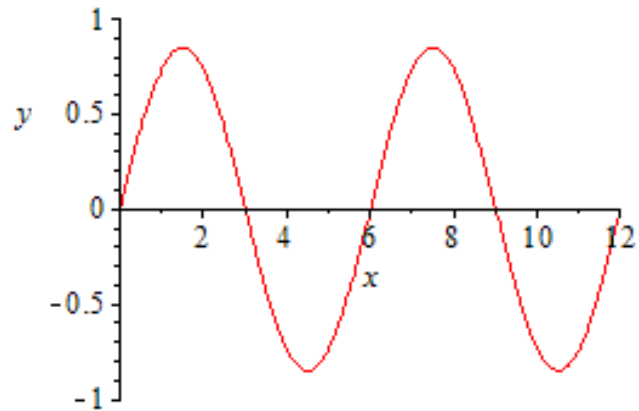
a)



d) $t = 0,0125 \text{ min}$, $V = 2,95 L$

6.

$V_{\text{máximo}} = 0,85$
 $V_{\text{mínimo}} = -0,85$
 Duración del ciclo = 6s



7.

El contaminante máximo liberado en la atmósfera ocurrirá en la semana 52 y será de 2,5 toneladas.

El contaminante mínimo liberado en la atmósfera ocurrirá en la semana 26 y será de 0,5 toneladas.

